

LXI олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии
МАТЕМАТИКА, ШКОЛЬНЫЙ ТУР

Таллинн, 4 декабря 2013 года

X класс

Время, отводимое для решения: 4 часа

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Начинаящий гипнотизер разводит на своем хуторе коров и овец. В результате его экспериментов 15% овец считают, что они коровы, а 10% коров считают, что они овцы. Всего 55% овец и коров хутора считают, что они являются овцами. Сколько процентов животных хутора в действительности являются овцами?
2. Найди такие значения параметра m , при которых один из корней квадратного уравнения $4x^2 - 195x + m^2 = 0$ является квадратом второго корня.
3. Докажи, что шестизначное число $N = \overline{x2014y}$ не делится нацело на число 2013 ни при каких значениях x и y .
4. Общая хорда двух окружностей служит стороной равностороннего треугольника, вписанного в одну окружность и стороной правильного шестиугольника, вписанного во вторую окружность. Найди расстояние между центрами окружностей, если сторона правильного шестиугольника равна 10 см.
5. На столе лежат 2013 конфет. Юра и Кевин по очереди берут со стола конфеты. За один раз можно взять от 1 до 10 конфет (1, 2, 3, ..., 9 или 10 конфет). Юра и Кевин договорились между собой, что тот, кто возьмёт последнюю конфету, получает все конфеты себе. Кто получит все конфеты, если Юра берёт конфеты первым и оба мальчика будут придерживаться выигрышной стратегии (будут стараться выиграть)?